

## ① 予備知識

2以上の自然数  $a$  に対して、1のみを並べて出来る  $a$  進数を「 $a$  進レプユニット」と呼びます。 $n$ 桁の  $a$  進レプユニットは

$$a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a^2 + a^1 + a^0 = \frac{a^n - 1}{a - 1} \quad [1]$$

と表すことが出来ます。

なお、2進レプユニットには Mersenne 数という名前がついています。

## ② 素数レプユニット

素数レプユニット（素数であるレプユニット）を探すには、素数か否かを判定する関数 `primep` を利用します。

```
(%i1) ru(a, n) := (a^n - 1)/(a - 1);
                                n
                                a  - 1
(%o1)          ru(a, n) := -----
                                a  - 1
(%i2) for i: 1 thru 1000 do if primep(ru(10, i)) then print([10, i]);
[10, 2]
[10, 19]
[10, 23]
[10, 317]
(%o2)          done
```

この実験で、基が10の場合、最初の1000個のレプユニットのうち、素数であるものが4個あることが分かりましたが、この計算には非常に時間がかかります<sup>\*1</sup>。

実は、レプユニット  $\frac{a^n - 1}{a - 1}$  が素数であるためには、 $n$  が素数でなければならないことが分かります。実際、指数  $n$  が真の約数  $d$  を持つと仮定すると、レプユニット  $\frac{a^n - 1}{a - 1}$  は  $\frac{a^d - 1}{a - 1}$  を約数に持つことが容易に示せます。

従って、先の実験は次のように改良できます。なお、今回はレプユニットを逐一出力するのではなく、個数のみを数える関数として定義しています。

```
(%i3) prup(a, n) := block([c: 0],
  for i: 1 thru n do
    if primep(i) then
      if primep(ru(a, i)) then c: c + 1, c);
```

<sup>\*1</sup> Lispにも依りますが、Core 2 Extreme 2.8 GHz で6分近くかかります。

```
(%o3) prup(a, n) := block([c : 0], for i thru n
      do if primep(i) then (if primep(ru(a, i)) then c : c + 1), c)
(%i4) prup(10, 1000);
(%o4)                                     4
```

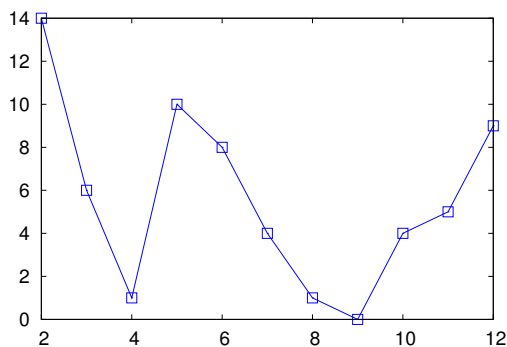
### ③ グラフ化

前節の関数 `prup` を用いて、色々な基に対して、素数レプユニットがどのくらい存在するか調べてみたいと思います。

```
(%i5) L: [];
(%o5)                                     []
(%i6) for i: 2 thru 12 do L: endcons(prup(i, 1000), L);
(%o6)                                     done
(%i7) L;
(%o7)                                     [14, 6, 1, 10, 8, 4, 1, 0, 4, 5, 9]
```

一番左の14が2進素数レプユニット (Mersenne 素数) の個数、一番右の9が12進素数レプユニットの個数です。何か特徴を見いだせないかと考えて、これをグラフ化してみたいと思います。

```
(%i8) load(draw);
(%o8) /Applications/Maxima.app/share/maxima/5.15.0cvs/share/draw/draw.lisp
(%i9) draw2d(points_joined = true,
      color = blue,
      point_type = 4,   point_size = 2,
      points(makelist(i, i, 2, 12), L));
(%o9)                                     [gr2d(points)]
```



何か見いだせますでしょうか？

作成日：平成 20 年 8 月 17 日～ 8 月 18 日  
ソフトウェア：Maxima 5.15.0cvs & CMU Common Lisp Snapshot 2008-08 (19E)